



ΔΕΝΤΡΟ

Δέντρο: Ως δέντρο ορίζουμε μια μη-γραμμική δομή δεδομένων που αποτελείται από κορυφές(κόμβοι) οι οποίοι συνδεονται με γραμμές(ακμές). Πήρε το όνομα του από το σχήμα που μοιάζει σαν δέντρο.

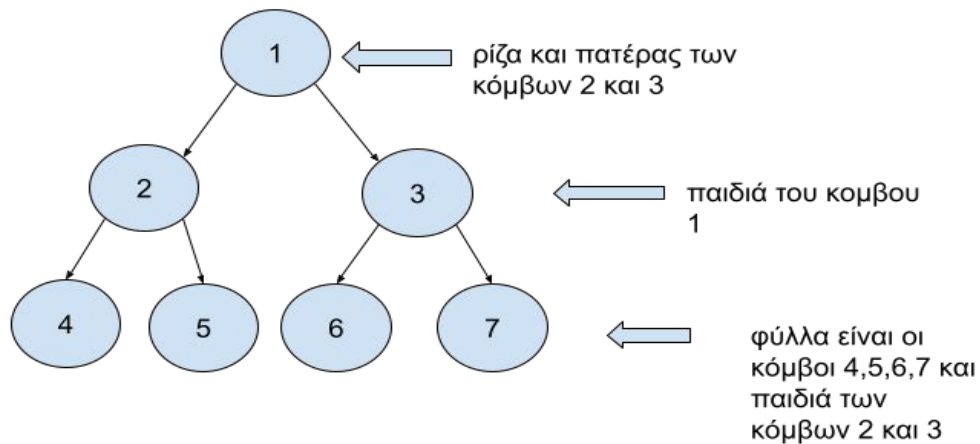
Κόμβος: Βασικό χαρακτηριστικό ενός δέντρου που περιέχει πληροφορίες.
Ακμή: Αποτελεί όπως και ο κόμβος σημαντικό χαρακτηριστικό ενός δέντρου και συνδέει κόμβους μεταξύ τους και καθορίζει την σχέση μεταξύ τους.

Ρίζα: Είναι ο ανώτερος κόμβος ενός δέντρου και είναι μοναδικός.
Γονέας-πατέρας: Είναι ο κόμβος από τον οποίο προέρχεται κάποιος άλλος ενώ ο άλλος κόμβος που έχει πατέρα ονομάζεται **Παιδί** του.
Φύλλο: Είναι ο κόμβος που δεν έχει καθόλου παιδιά.

Πως μοιάζει ένα δέντρο:

ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

- 1) Κάθε κόμβος μπορεί να έχει οποιοδήποτε αριθμό παιδιών σε αντίθεση με τα δυαδικά δέντρα (θα τα δούμε παρακάτω)
- 2) Κάθε δέντρο με n κόμβους μπορεί να έχει μέχρι $n-1$ ακμές
- 3) Υπάρχει μία και μόνο διαδρομή μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων
- 4) Η ρίζα ενός δέντρου δεν έχει πατέρα και κάθε άλλος κόμβος έχουν έναν και μόνο έναν γονέα.



ΔΕΝΤΡΟ(2)

Διαδρομή: Η ακολουθία των κόμβων που συνδέουν έναν κόμβο με έναν άλλον.

Μήκος: Είναι ο αριθμός ακμών σε μια διαδρομή που επιλέγουμε ξεκινώντας από την ρίζα πάντα.

Βάθος ή επίπεδο: Είναι η απόσταση ενός κόμβου από την ρίζα θεωρώντας την ρίζα ως επίπεδο 0.

Ύψος: Αποτελεί τον μεγαλύτερο αριθμό ακμών από την ρίζα μέχρι ένα φύλλο.

Βαθμός: Είναι ο αριθμός των παιδιών που έχει κάθε κόμβος.Μέγιστο βαθμό έχει αυτός με τα περισσότερα παιδιά.

Στην εικόνα παραπάνω το ύψος είναι 2.Επίσης ας βρούμε μήκος επίπεδο και βαθμό (π.χ του κόμβου 3):

μήκος κομβου 3=1

επίπεδο κομβου 3=1

ΔΕΝΤΡΟ(3)



Υπάρχουν διάφορα είδη δέντρων αλλά θα αναφέρουμε μόνο κάποια από αυτά:

1) Δυαδικά δέντρα (θα τα αναφέρουμε παρακάτω)

2) Δυαδικά δέντρα αναζήτησης (ΔΔΑ) (θα τα αναφέρουμε παρακάτω)

3) Δέντρα απόφασης: Αποτελεί ένα δέντρο που κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει μια απόφαση ή ένα χαρακτηριστικό των δέντρων τα φύλλα το τελικό αποτέλεσμα και οι ακμές την πιθανή απάντηση.

4) Γενικό δέντρο: Αυτό που είδαμε παραπάνω.

ΔΕΝΤΡΟ(4)



Οι βασικές πράξεις που μπορούμε να υλοποιήσουμε σε ένα δέντρο είναι οι εξής:

1)Εισαγωγή κόμβου: Προσθήκη ενός κόμβου με βάση κάθε κανόνα που επιβάλλει κάθε είδος δέντρου

2)Διαγραφή κόμβου: Αφαίρεση ενός κόμβου με βάση κάθε κανόνα που επιβάλλει κάθε είδος δέντρου

3)Αναζήτηση κόμβου: Εύρεση του κόμβου σε ένα δέντρο που γίνεται μετά από σύγκριση με κάποιον άλλον καθώς κάνουμε προσπέλαση το δέντρο.

4)Διάσχιση κόμβων: Είναι η επίσκεψη όλων των κόμβων ανάλογα με την σειρά που επιλεγουμε.

5)Εύρεση ύψους ενός δέντρου.

ΔΕΝΤΡΟ:ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ

Δυαδικό δέντρο: Είναι το δέντρο στο οποίο κάθε κόμβος έχει το πολύ δύο παιδιά, τα οποία συνήθως ονομάζονται αριστερό παιδί και δεξί παιδί.

Είδη δυαδικών δέντρων που θα μελετήσουμε:

- 1)Πλήρες δυαδικό δέντρο.
- 2)Δυαδικό δέντρο αναζήτησης(ΔΔΑ).

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΠΛΗΡΕΣ ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ



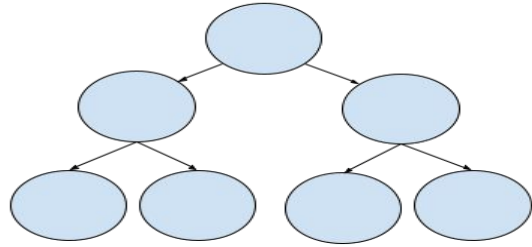
Πλήρες δυαδικό δέντρο: Ένα πλήρες δυαδικό δέντρο είναι ένα **δυαδικό δέντρο** όπου όλα τα επίπεδα, **εκτός ίσως του τελευταίου**, είναι πλήρως γεμάτα με κόμβους ενώ οι κόμβοι στο τελευταίο επίπεδο βρίσκονται **όσο το δυνατόν πιο αριστερά**.

Κάποιες Ιδιότητες:

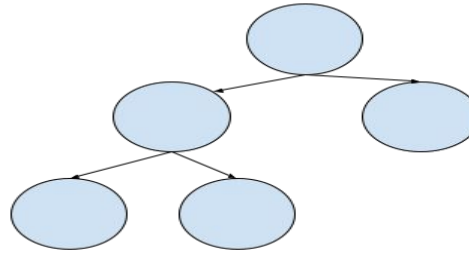
- 1)** Αν το πλήρες δυαδικό δέντρο έχει n κόμβους, τότε το ύψος του είναι περίπου $O(\log n)$
- 2)** Σε ένα πλήρες δυαδικό δέντρο, το επίπεδο i περιέχει το πολύ 2^i κόμβους.
- 3)** Ο συνολικός αριθμός κόμβων σε ένα πλήρες δυαδικό δέντρο ύψους h κυμαίνεται από 2^h (ελάχιστος αριθμός κόμβων για το ύψος h) έως $2^{h+1}-1$ (μέγιστος αριθμός κόμβων για το ύψος h).

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΠΛΗΡΕΣ ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ

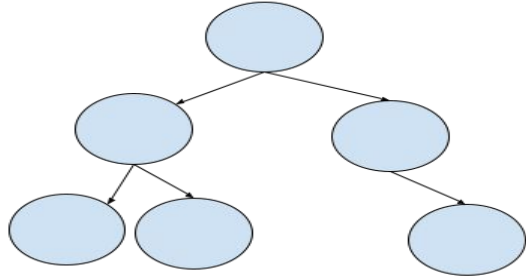
ΠΟΙΑ ΑΠΟ ΑΥΤΑ ΤΑ ΔΕΝΤΡΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΕΣ ΚΑΙ ΠΟΙΑ ΟΧΙ:



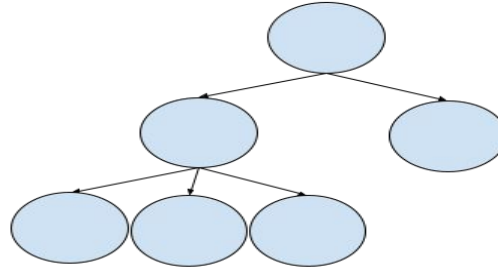
είναι πλήρες δυαδικό δέντρο



είναι πλήρες δυαδικό δέντρο και ας μην είναι γεμάτο το τελευταίο επίπεδο (δες ορισμό)



ΔΕΝ είναι πλήρες δυαδικό δέντρο μιας και στο τελευταίο επίπεδο οι κομβοι δεν βρισκονται όσο αριστερότερα μπορούν (δες ορισμό)



Δεν είναι δυαδικό δέντρο άρα ούτε πλήρες

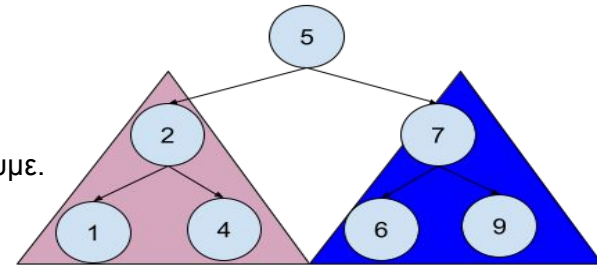
ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

Ένα δυαδικό δέντρο αναζήτησης(ΔΔΑ): Αποτελεί ένα **δυαδικό δέντρο** το οποίο διαθέτει την εξής ιδιότητα

Για κάθε κόμβο με τιμή x :

- Όλοι οι κόμβοι στο **αριστερό υποδέντρο** έχουν τιμές **μικρότερες** από x .
- Όλοι οι κόμβοι στο **δεξί υποδέντρο** έχουν τιμές **μεγαλύτερες** από x .

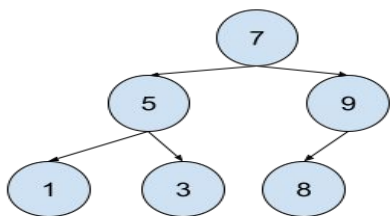
Υποδέντρο ενός κόμβου: Είναι οι απόγονοι(παιδιά,εγγόνια) του κόμβου που επιλέγουμε.



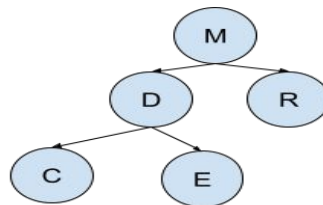
Το αριστερό υποδέντρο βρίσκεται στο μωβ τρίγωνο και το δεξί υποδέντρο βρίσκεται στο μπλε τρίγωνο για τον κόμβο 5

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

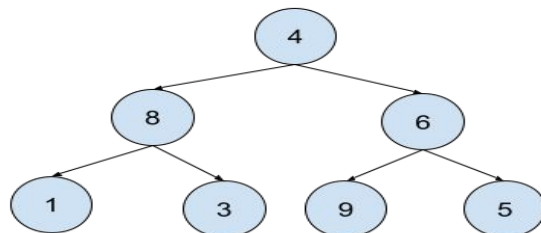
ΠΟΙΑ ΑΠΟ ΑΥΤΑ ΤΑ ΔΕΝΤΡΑ ΕΙΝΑΙ ΔΔΑ ΚΑΙ ΠΟΙΑ ΟΧΙ:



Είναι δυαδικό δέντρο αναζήτησης



Είναι δυαδικό δέντρο αναζήτησης



ΔΕΝ είναι δυαδικό δέντρο αναζήτησης καθώς στο αριστερό υποδέντρο ο κόμβος 8 δεν είναι μικρότερος του κόμβου 4 καθώς και στο δεξιό υποδέντρο ο κόμβος 9 δεν είναι μικρότερος από τον κόμβο 6 και ο κόμβος 5 δεν είναι μεγαλύτερος του κόμβου 6

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

Εισαγωγή σε ΔΔΑ:

Για την εισαγωγή των στοιχείων 5,6,7,2,1 σε ΔΔΑ ακολουθούμε τα εξής βήματα

ΒΗΜΑ 1: Ξεκινάμε από το 5 που το θεωρούμε ως ρίζα

ΒΗΜΑ 2: Μετά παίρνουμε το 6. Το $6 > 5$ Άρα μπαίνει στο δεξί υποδέντρο ως παιδί του 5

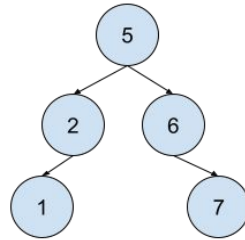
ΒΗΜΑ 3: Μετά παίρνουμε το 7. Το $7 > 5$ καθώς και $7 > 6$ Άρα μπαίνει στο δεξί υποδέντρο ως δεξί παιδί του 6

ΒΗΜΑ 4: Μετά παίρνουμε το 2. Το $2 < 5$ Άρα μπαίνει στο αριστερό υποδέντρο ως παιδί του 5

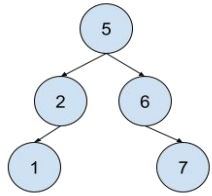
ΒΗΜΑ 5: Μετά παίρνουμε το 1. Το $1 < 5$ καθώς και $1 < 2$ Άρα μπαίνει στο αριστερό υποδέντρο ως αριστερό παιδί του 2

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ

Τελικό σχήμα



ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ



Αναζήτηση σε ΔΔΑ: Έστω θέλουμε να βρούμε τον αριθμό 7 στο ΔΔΑ του σχήματος δίπλα. Αρχικά συγκρίνουμε τον αριθμό μας με το περιεχόμενο της ρίζας. Επειδή $7 > 5$ στρεφόμαστε στο δεξί υποδέντρο. Εκεί πηγαίνουμε στο δεξί παιδί της ρίζας και συγκρίνουμε πάλι. Επειδή $7 > 6$ πηγαίνουμε στο δεξί παιδί του πατέρα (κόμβου 6). Εκεί συγκρίνουμε $7 = 7$ άρα βρήκαμε τον ζητούμενο αριθμό. Αν φτάσουμε μέχρι τα φύλλα ενός υποδέντρου και δεν έχουμε εντοπίσει τον ζητούμενο αριθμό τότε δεν υπάρχει στο ΔΔΑ. Αντίστοιχα αν ο ζητούμενος είναι μικρότερος της ρίζας στρεφόμαστε στο αριστερό υποδέντρο.

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ



ΔΙΑΣΧΙΣΕΙΣ ΣΕ ΔΔΑ:

Ενδοδιατεταγμένη Διάσχιση (Inorder Traversal):

- Ακολουθεί την εξής σειρά: Αριστερό υποδέντρο -> Κόμβος -> Δεξί υποδέντρο.
- Επιστρέφει τους κόμβους σε αύξουσα σειρά για τα ΔΔΑ.

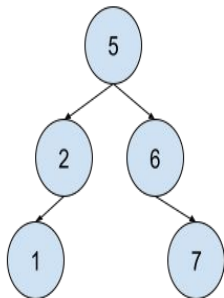
Προδιατεταγμένη Διάσχιση (Preorder Traversal):

- Ακολουθεί τη σειρά: Κόμβος -> Αριστερό υποδέντρο -> Δεξί υποδέντρο.

Μεταδιατεταγμένη Διάσχιση (Postorder Traversal):

- Ακολουθεί τη σειρά: Αριστερό υποδέντρο -> Δεξί υποδέντρο -> Κόμβος.

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ



Προδιατεταγμένη Διάσχιση (Preorder Traversal)

βήμα 1: Ξεκινάμε από τη ρίζα: 5.

βήμα 2: Πηγαίνουμε στο αριστερό υποδέντρο του 5: 2.

βήμα 3: Στο αριστερό υποδέντρο του 2: 1.

βήμα 4: Πηγαίνουμε στο δεξί υποδέντρο του 5: 6.

βήμα 5: Τέλος, στο δεξί υποδέντρο του 6: 7.

Προδιατεταγμένη διάσχιση: 5, 2, 1, 6, 7.

Ενδοδιατεταγμένη Διάσχιση (Inorder Traversal)

βήμα 1: Ξεκινάμε από το αριστερότερο φύλλο: 1.

βήμα 2: Επιστρέφουμε στον γονέα του 1: 2.

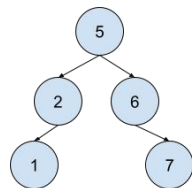
βήμα 3: Επιστρέφουμε στη ρίζα: 5.

βήμα 4: Πηγαίνουμε στο δεξί υποδέντρο του 5: 6.

βήμα 5: Στο δεξί υποδέντρο του 6: 7.

Ενδοδιατεταγμένη διάσχιση: 1, 2, 5, 6, 7.

ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ: ΔΥΑΔΙΚΟ ΔΕΝΤΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ



Μεταδιατεταγμένη Διάσχιση (Postorder Traversal)

βήμα 1: Ξεκινάμε από το αριστερό υποδέντρο του 5:

βήμα 2: Αριστερότερο φύλλο: 1. Επιστρέφουμε στον γονέα του 1: 2.

βήμα 3: Πηγαίνουμε στο δεξί υποδέντρο του 5. Αριστερότερο φύλλο: 7.

βήμα 4: Επιστρέφουμε στον γονέα του 7: 6.

βήμα 5: Τέλος, επιστρέφουμε στη ρίζα: 5.

Μεταδιατεταγμένη διάσχιση: 1, 2, 7, 6, 5.

ΤΕΛΟΣ!!

ΈΧΕΤΕ ΑΠΟΡΪΕΣ;;;

ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ: Ελπίζω διαβάζοντας τις διαφάνειες να μην έχετε το ύφος της συγκεκριμένης γάτας:)



ΣΑΣ ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΉ ΣΑΣ!!!

